FONDAZIONE BANCA DEL MONTE
Domenico Siniscalco Ceci
Foggia

HR EXCELLENCE IN RESEARCH

MATHESIS FOGGIA

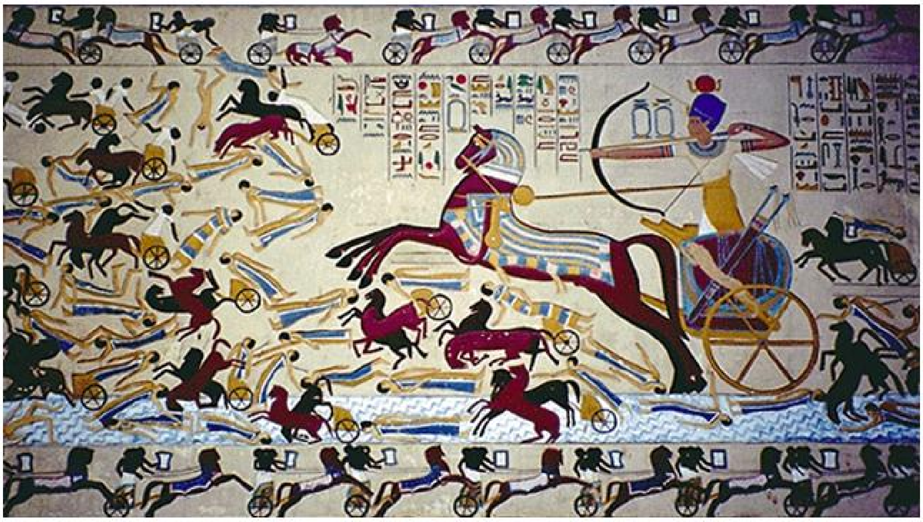
UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FOGGIA

Dipartimento di Economia

Largo Papa Giovanni Paolo II, 1 - 71100 Foggia - ITALY

tel. 0881-781778 fax 0881-781752

Maths Challenge 2015
Semifinale del 20 gennaio 2015



1. *La prova consiste di 20 domande. Ogni domanda è seguita da cinque risposte, di cui una sola è corretta.*

2. *Scrivi, nella griglia riportata sotto, la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta (A, B, C, D oppure E) nella casella sottostante il numero della domanda. Non sono ammesse cancellature e/o correzioni nella griglia e non è ammesso l'uso di testi o calcolatrici.*

3. *Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni risposta non data vale 1 punto. Il tempo totale a disposizione per svolgere la prova è di due ore.* **Buon lavoro!**

Nome .... Cognome .... Classe ....

Istituto .... Luogo e data di nascita ....

Griglia delle risposte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	C	D	C	B	B	A	C	B	B	D	C	D	C	D	A	B	B	C	E

1. Si supponga vera la seguente affermazione: Quando Umberto studia, Paola va in palestra. Allora è necessariamente vero che:

   (A) Umberto va in palestra quando Paolo studia. (B) Se Umberto non studia, Paola non va in palestra. (C) Se Paola non va in palestra allora Umberto non studia. (D) Se Paola va in palestra allora Umberto sta studiando. (E) Paola va in palestra solo quando Umberto studia.

2. Sia $f(x) = x^2$. Quali delle seguenti funzioni è uguale a $|\, f(1-x) - 1 \,|$:

   (A) $x^2 - 2$ (B) $|-x^2 - 2x|$ (C) $|x^2 - 2x|$ (D) $|x^2 + 2x|$ (E) $-(x^2 + 2x)$

3. Si considerino le funzioni $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $g(x) = x^2$ e $h(x) = x - 4$. Determinare per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ si ottiene $f \circ h \circ g(x) = 0$ (il simbolo $\circ$ indica la composizione tra funzioni)?

   (A) $x = 2$ (B) $x = \pm\sqrt[3]{2}$ (C) $x = 4$ (D) $x = \pm 2$ (E) per nessun valore reale di x.

4. I numeri complessi il cui quadrato è un numero immaginario puro costituiscono:

   (A) Una retta parallela all'asse x. (B) Una retta parallela all'asse y. (C) Le bisettrici del I e III e del II e IV quadrante. (D) I punti di una circonferenza. (E) L'insieme vuoto.

5. Il lato di un triangolo equilatero, il lato di un quadrato e il diametro di un cerchio hanno lunghezza uguale ad l. Quale delle tre figure ha l'area maggiore?

   (A) Il triangolo. (B) Il quadrato. (C) Il cerchio. (D) Hanno tutte la stessa area. (E) Non è possibile calcolare le aree con le informazioni a disposizione.

6. Tre rappresentanti di commercio ritornano nella stessa città, il primo ogni 18 giorni, il secondo ogni 30 giorni ed il terzo ogni 36 giorni. Se si sono incontrati oggi, tra quanti giorni si incontreranno di nuovo?

   (A) Non si incontreranno mai. (B) Dopo 180 giorni. (C) Dopo 360 giorni. (D) Dopo 250 giorni. (E) Dopo 36 giorni.

7. Si vogliono dividere tre listelli di legno, lunghi rispettivamente cm 24, cm 56 e cm 88, in parti uguali e della massima lunghezza possibile. Quale lunghezza deve avere ciascuna parte?

   (A) 8 (B) 4 (C) 6 (D) 10 (E) 12

8. Le rette di equazioni $y = 2x - 3$ e $y + 2x + 1 = 0$ sono:

   (A) Perpendicolari. (B) Parallele. (C) Incidenti. (D) Coincidenti. (E) Nessuna delle precedenti.

9. Non è vero che tutti gli studenti che partecipano alla gara Maths Challenge amano la matematica o non vogliono fare due ore di lezione. Dalla precedente affermazione è possibile stabilire con certezza che:

   (A) Tutti gli studenti che partecipano alla gara Maths Challenge non amano la matematica.
   (B) Almeno uno studente che partecipa alla gara Maths Challenge non ama la matematica e vuole fare due ore di lezione.
   (C) Chi partecipa alla gara Maths Challenge ama la matematica.
   (D) Chi partecipa alla gara Maths Challenge non vuole fare due ore di lezione.
   (E) Tutti studenti che partecipano alla gara Maths Challenge non amano la matematica e vogliono fare due ore di lezione.

10. Quanti sono gli interi positivi a per i quali risulta che $log_a 4096$ è un intero positivo?

    (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 11 (E) 9

11. Sia f una funzione reale definita in $\mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$. Sapendo che $f(x) + f(\frac{1}{1-x}) = 1 + \frac{1}{x(1-x)}$ quanto vale $f(2)$?

    (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{5}{2}$ (E) $\frac{7}{2}$

12. Sia $x \in \mathbb{R}$. Risolvere la seguente equazione:

$$\frac{(x^4+\pi)(|x|+1)(2x^4-3x^3)}{|\ x^2+1\ |} = 0.$$

(A) $x = \pm\pi$ oppure $x = 0$ oppure $x = \frac{3}{2}$ (B) $x = \pm\pi$ oppure $x = 0$ (C) $x = \frac{3}{2}$ oppure $x = 0$ (D) $x = \pm\pi$ oppure $x = \pm 1$ (E) Nessuna delle precedenti.

13. Quanto vale la somma dei coefficienti dei termini di grado dispari del polinomio

$$p(x) = x^{2015} + 3(x-1)^9 + 2(x+1)^6 + (x+2)^4?$$

(A) 0 (B) 210 (C) 420 (D) 873 (E) 1746

14. Un'azienda produttrice di lampade è costretta dalla crisi a ridurre il personale o a incrementare la produzione senza oneri aggiuntivi aumentando l'orario di lavoro da 8 a 9 ore al giorno. Il Consiglio di amministrazione propone un questionario chiedendo ai 50 impiegati e ai 200 operai se sono favorevoli o meno all'orario prolungato. Dalle risposte risulta che 30 impiegati e 80 operai sono favorevoli mentre gli altri sono contrari. Se tutti i foglietti con le risposte vengono inseriti in un'urna e sapendo che è stata estratta a caso una risposta favorevole al tempo prolungato qual è la probabilità che sia di un impiegato?

(A) $\frac{3}{20}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{3}{11}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) $\frac{5}{20}$

15. Si disegni una circonferenza di raggio r, e concentriche ad essa, altre circonferenze ciascuna con raggio la metà di quello della circonferenza precedente. Sapendo che la somma delle lunghezze di tutte le infinite circonferenze che così possono costruirsi è $4\pi r$. Qual è la somma delle aree delle superfici racchiuse da ciascuna di tali infinite circonferenze?

(A) $4\pi r^2$ (B) $2\pi r^2$ (C) $\frac{2}{3}\pi r^2$ (D) $\frac{4}{3}\pi r^2$ (E) $\frac{4}{3}\pi r$

16. Tre individui vengono condotti in questura, perché uno di loro è sicuramente l'autore di uno scippo. Alla domanda del Commissario: "Con chi eri quando è avvenuto lo scippo?" I tre interrogati separatamente rispondono:
Pitagora: "Io ero con Archimede"
Euclide: "Ero da solo"
Archimede: "Ero con Euclide".
A seguito delle indagini condotte il Commissario giunge alla seguenti conclusioni:Uno solo dei tre ha detto la verità; Lo scippo è stato commesso da un uomo solo; Gli altri due innocenti, si trovavano insieme al momento dello scippo. Chi dei tre è colpevole?

(A) Pitagora. (B) Archimede. (C) Euclide. (D) nessuno dei tre individui. (E) non è possibile determinarlo con certezza.

17. Eugenio ha completato la raccolta dei libri del suo autore preferito per il 60%. Dianora gli regala ulteriori 3 libri mancanti. A questo punto la raccolta di Eugenio è completa per il 70% . Quanti libri mancano ad Eugenio per completare la sua raccolta?

(A) 27 (B) 9 (C) 30 (D) 6 (E) 21

18. Se $x = \dfrac{by-a}{ay+b}$, allora $y =$

(A) $\dfrac{bx+a}{b+ax}$ (B) $\dfrac{a+bx}{b-ax}$ (C) $\dfrac{bx-a}{ax-b}$ (D) $\dfrac{bx+a}{b+a}$ (E) $\dfrac{-bx-a}{b-ax}$

19. Per la competizione Maths Challenge 2015 gli organizzatori hanno pensato di creare un logo costituito da un triangolo equilatero ottenuto disponendo su una griglia regolare un certo numero di monete in modo che la base sia composta da esattamente 2015 elementi. Quante monete occorrono in totale per realizzare tale figura?

(A) 2015^2 (B) 2015! (C) 2031120 (D) 4062240 (E) 2^{2015}

20. Il luogo dei punti $(x, y) \in \mathbb{R}$ che verificano la seguente equazione $y = -x^2 + ax - 9$ interseca la retta di equazione $y = 0$ in un solo punto. Determinare il valore di a:

(A) $a = 2\sqrt{3}$ (B) $a = \pm 2\sqrt{3}$ (C) $a = \pm 2$ (D) Nessun valore di $a \in \mathbb{R}$ (E) $a = \pm 6$